Robotics, CpE 360

Six Modules

Prof. Tarek M. Sobh

University of Bridgeport

- ***Kostyantyn I. Vovk***
- ***Bishad J. Ghimire***

Program to Find 6 Modules

```
In[1]:= << Calculus`VectorAnalysis`
```

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a1	α1	d1	θ1
2	a2	α2	d2	θ2
3	a3	α3	d3	θ3
4	a4	α4	d4	θ4
5	a5	α5	d5	θ5
6	a6	α6	d6	θ6

```
In[2]:=
```

```
Out[2]= {{Link, a_i, α_i, d_i, θ_i}, {1, a1, α1, d1, θ1}, {2, a2, α2, d2, θ2},
  {3, a3, α3, d3, θ3}, {4, a4, α4, d4, θ4}, {5, a5, α5, d5, θ5}, {6, a6, α6, d6, θ6}}
```

```
In[3]:= DH = %
```

```
Out[3]= {{Link, a_i, α_i, d_i, θ_i}, {1, a1, α1, d1, θ1}, {2, a2, α2, d2, θ2},
  {3, a3, α3, d3, θ3}, {4, a4, α4, d4, θ4}, {5, a5, α5, d5, θ5}, {6, a6, α6, d6, θ6}}
```

```
In[4]:= T01 =
```

$$\begin{pmatrix} \text{Cos[DH[[2, 5]]]} & \text{-Sin[DH[[2, 5]]]*Cos[DH[[2, 3]]]} & \text{Sin[DH[[2, 5]]]*Sin[DH[[2, 3]]]} & \text{DH} \\ \text{Sin[DH[[2, 5]]]} & \text{Cos[DH[[2, 5]]]*Cos[DH[[2, 3]]]} & \text{-Cos[DH[[2, 5]]]*Sin[DH[[2, 3]]]} & \text{DH} \\ 0 & \text{Sin[DH[[2, 3]]]} & \text{Cos[DH[[2, 3]]]} & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

```
Out[4]= {{Cos[θ1], -Cos[α1] Sin[θ1], Sin[α1] Sin[θ1], a1 Cos[θ1]},
  {Sin[θ1], Cos[α1] Cos[θ1], -Cos[θ1] Sin[α1], a1 Sin[θ1]},
  {0, Sin[α1], Cos[α1], d1}, {0, 0, 0, 1}}
```

```
In[5]:= MatrixForm[T01]
```

```
Out[5]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta 1] & -\text{Cos}[\alpha 1]\,\text{Sin}[\theta 1] & \text{Sin}[\alpha 1]\,\text{Sin}[\theta 1] & a1\,\text{Cos}[\theta 1] \\ \text{Sin}[\theta 1] & \text{Cos}[\alpha 1]\,\text{Cos}[\theta 1] & -\text{Cos}[\theta 1]\,\text{Sin}[\alpha 1] & a1\,\text{Sin}[\theta 1] \\ 0 & \text{Sin}[\alpha 1] & \text{Cos}[\alpha 1] & d1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[6]:= **T12 =**

$$\begin{pmatrix} \text{Cos[DH[[3, 5]]]} & \text{-Sin[DH[[3, 5]]]} * \text{Cos[DH[[3, 3]]]} & \text{Sin[DH[[3, 5]]]} * \text{Sin[DH[[3, 3]]]} & \text{DH} \\ \text{Sin[DH[[3, 5]]]} & \text{Cos[DH[[3, 5]]]} * \text{Cos[DH[[3, 3]]]} & \text{-Cos[DH[[3, 5]]]} * \text{Sin[DH[[3, 3]]]} & \text{DH} \\ 0 & \text{Sin[DH[[3, 3]]]} & \text{Cos[DH[[3, 3]]]} & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

Out[6]= {{Cos[θ2], -Cos[α2] Sin[θ2], Sin[α2] Sin[θ2], a2 Cos[θ2]},
{Sin[θ2], Cos[α2] Cos[θ2], -Cos[θ2] Sin[α2], a2 Sin[θ2]},
{0, Sin[α2], Cos[α2], d2}, {0, 0, 0, 1}}

In[7]:= **MatrixForm[T12]**

Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta 2] & -\text{Cos}[\alpha 2]\,\text{Sin}[\theta 2] & \text{Sin}[\alpha 2]\,\text{Sin}[\theta 2] & a2\,\text{Cos}[\theta 2] \\ \text{Sin}[\theta 2] & \text{Cos}[\alpha 2]\,\text{Cos}[\theta 2] & -\text{Cos}[\theta 2]\,\text{Sin}[\alpha 2] & a2\,\text{Sin}[\theta 2] \\ 0 & \text{Sin}[\alpha 2] & \text{Cos}[\alpha 2] & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[8]:= **T23 =**

$$\begin{pmatrix} \text{Cos[DH[[4, 5]]]} & \text{-Sin[DH[[4, 5]]]} * \text{Cos[DH[[4, 3]]]} & \text{Sin[DH[[4, 5]]]} * \text{Sin[DH[[4, 3]]]} & \text{DH} \\ \text{Sin[DH[[4, 5]]]} & \text{Cos[DH[[4, 5]]]} * \text{Cos[DH[[4, 3]]]} & \text{-Cos[DH[[4, 5]]]} * \text{Sin[DH[[4, 3]]]} & \text{DH} \\ 0 & \text{Sin[DH[[4, 3]]]} & \text{Cos[DH[[4, 3]]]} & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

Out[8]= {{Cos[θ3], -Cos[α3] Sin[θ3], Sin[α3] Sin[θ3], a3 Cos[θ3]},
{Sin[θ3], Cos[α3] Cos[θ3], -Cos[θ3] Sin[α3], a3 Sin[θ3]},
{0, Sin[α3], Cos[α3], d3}, {0, 0, 0, 1}}

In[9]:= **MatrixForm[T23]**

Out[9]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta 3] & -\text{Cos}[\alpha 3]\,\text{Sin}[\theta 3] & \text{Sin}[\alpha 3]\,\text{Sin}[\theta 3] & a3\,\text{Cos}[\theta 3] \\ \text{Sin}[\theta 3] & \text{Cos}[\alpha 3]\,\text{Cos}[\theta 3] & -\text{Cos}[\theta 3]\,\text{Sin}[\alpha 3] & a3\,\text{Sin}[\theta 3] \\ 0 & \text{Sin}[\alpha 3] & \text{Cos}[\alpha 3] & d3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[16]:= **T34 =**

$$\begin{pmatrix} \text{Cos[DH[[5, 5]]]} & -\text{Sin[DH[[5, 5]]]} * \text{Cos[DH[[5, 3]]]} & \text{Sin[DH[[5, 5]]]} * \text{Sin[DH[[5, 3]]]} \\ \text{Sin[DH[[5, 5]]]} & \text{Cos[DH[[5, 5]]]} * \text{Cos[DH[[5, 3]]]} & -\text{Cos[DH[[5, 5]]]} * \text{Sin[DH[[5, 3]]]} \\ 0 & \text{Sin[DH[[5, 3]]]} & \text{Cos[DH[[5, 3]]]} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Out[16]=
```
{{Cos[θ4], -Cos[α4] Sin[θ4], Sin[α4] Sin[θ4], a4 Cos[θ4]},
 {Sin[θ4], Cos[α4] Cos[θ4], -Cos[θ4] Sin[α4], a4 Sin[θ4]},
 {0, Sin[α4], Cos[α4], d4}, {0, 0, 0, 1}}
```

In[17]:= **MatrixForm[T34]**

Out[17]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta 4] & -\text{Cos}[\alpha 4]\,\text{Sin}[\theta 4] & \text{Sin}[\alpha 4]\,\text{Sin}[\theta 4] & a4\,\text{Cos}[\theta 4] \\ \text{Sin}[\theta 4] & \text{Cos}[\alpha 4]\,\text{Cos}[\theta 4] & -\text{Cos}[\theta 4]\,\text{Sin}[\alpha 4] & a4\,\text{Sin}[\theta 4] \\ 0 & \text{Sin}[\alpha 4] & \text{Cos}[\alpha 4] & d4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[14]:= **T45 =**

$$\begin{pmatrix} \text{Cos[DH[[6, 5]]]} & -\text{Sin[DH[[6, 5]]]} * \text{Cos[DH[[6, 3]]]} & \text{Sin[DH[[6, 5]]]} * \text{Sin[DH[[6, 3]]]} \\ \text{Sin[DH[[6, 5]]]} & \text{Cos[DH[[6, 5]]]} * \text{Cos[DH[[6, 3]]]} & -\text{Cos[DH[[6, 5]]]} * \text{Sin[DH[[6, 3]]]} \\ 0 & \text{Sin[DH[[6, 3]]]} & \text{Cos[DH[[6, 3]]]} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Out[14]=
```
{{Cos[θ5], -Cos[α5] Sin[θ5], Sin[α5] Sin[θ5], a5 Cos[θ5]},
 {Sin[θ5], Cos[α5] Cos[θ5], -Cos[θ5] Sin[α5], a5 Sin[θ5]},
 {0, Sin[α5], Cos[α5], d5}, {0, 0, 0, 1}}
```

In[15]:= **MatrixForm[T45]**

Out[15]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta 5] & -\text{Cos}[\alpha 5]\,\text{Sin}[\theta 5] & \text{Sin}[\alpha 5]\,\text{Sin}[\theta 5] & a5\,\text{Cos}[\theta 5] \\ \text{Sin}[\theta 5] & \text{Cos}[\alpha 5]\,\text{Cos}[\theta 5] & -\text{Cos}[\theta 5]\,\text{Sin}[\alpha 5] & a5\,\text{Sin}[\theta 5] \\ 0 & \text{Sin}[\alpha 5] & \text{Cos}[\alpha 5] & d5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[18]:= **T56 =**

$$\begin{pmatrix} \text{Cos[DH[[7, 5]]]} & \text{-Sin[DH[[7, 5]]]} * \text{Cos[DH[[7, 3]]]} & \text{Sin[DH[[7, 5]]]} * \text{Sin[DH[[7, 3]]]} \\ \text{Sin[DH[[7, 5]]]} & \text{Cos[DH[[7, 5]]]} * \text{Cos[DH[[7, 3]]]} & \text{-Cos[DH[[7, 5]]]} * \text{Sin[DH[[7, 3]]]} \\ 0 & \text{Sin[DH[[7, 3]]]} & \text{Cos[DH[[7, 3]]]} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Out[18]= {{Cos[θ6], -Cos[α6] Sin[θ6], Sin[α6] Sin[θ6], a6 Cos[θ6]},
{Sin[θ6], Cos[α6] Cos[θ6], -Cos[θ6] Sin[α6], a6 Sin[θ6]},
{0, Sin[α6], Cos[α6], d6}, {0, 0, 0, 1}}

In[19]:= **MatrixForm[T56]**

Out[19]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta 6] & -\text{Cos}[\alpha 6]\,\text{Sin}[\theta 6] & \text{Sin}[\alpha 6]\,\text{Sin}[\theta 6] & a6\,\text{Cos}[\theta 6] \\ \text{Sin}[\theta 6] & \text{Cos}[\alpha 6]\,\text{Cos}[\theta 6] & -\text{Cos}[\theta 6]\,\text{Sin}[\alpha 6] & a6\,\text{Sin}[\theta 6] \\ 0 & \text{Sin}[\alpha 6] & \text{Cos}[\alpha 6] & d6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[20]:= **T06 = T01.T12.T23.T34.T45.T56**

Out[20]=

```
{{Cos[θ6]
    (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) + (-Cos[α1] Cos[
                α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2])
            Sin[θ3]) + (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
               Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
               Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
            Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
        (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
               Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
               Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
            Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
        Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
               Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
               Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
            Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
        Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
            (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
               Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
    (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2]
               Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3]
            (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2]
               Sin[θ2]) - Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
        Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
               Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
```

```
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
          Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
                Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
                 α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
       Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5])
    Sin[θ6], Cos[α6] Cos[θ6] (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4]
          (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
          Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
                Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
                 α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
```

```
Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
            Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
   Sin[α6] (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2]
            Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
         Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2]
            Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
            Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
            Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
         Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
      Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
   Cos[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
         Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
          α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
            Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
            Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
         Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
   Sin[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
            Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) -
   Cos[α6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
            Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
            Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
      (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
            Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
```

```
Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
         Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
         Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
   Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2]
         Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) Sin[θ6],
-Cos[θ6] Sin[α6] (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2]
         Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2]
         Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
         Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
         Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
   Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
         Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
         Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
          α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
         Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
         Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
         Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
         Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
         Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
         Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
Cos[α6] (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2]
         Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2]
         Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
         Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
```

```
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
          Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Cos[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
                Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
                 α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Sin[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
    Sin[α6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
          Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5])
  Sin[θ6], a1 Cos[θ1] + a2 Cos[θ1] Cos[θ2] + d2 Sin[α1]
  Sin[
   θ1] - a2
  Cos[
   α1]
```

```
Sin[
 θ1]
Sin[
 θ2] + d3
 (Cos[α2]
    Sin[α1]
    Sin[θ1] + Cos[α1]
    Cos[θ2]
    Sin[α2]
    Sin[θ1] + Cos[θ1]
    Sin[α2]
    Sin[θ2]) +
a3 Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1]
    Sin[θ1]
    Sin[θ2]) +
a3 (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
    Sin[α2]
    Sin[θ1] - Cos[α2]
    Cos[θ1]
    Sin[θ2]) Sin[θ3] +
a4 Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
   (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
      Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
d4 (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
      Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
   Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] +
      Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
   Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2])
    Sin[θ3]) +
a4 (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
      Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
   Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] +
      Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
   Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2])
    Sin[θ3]) Sin[θ4] +
d5 (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
         Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] +
         Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
         Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] +
         Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
```

```
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] -
           Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  a5 Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] -
           Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
     (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] -
           Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] +
           Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
        Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  a5 (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
           Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] +
           Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
        Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
     Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
           Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] +
           Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
        Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
     Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
        (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] -
           Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5] +
  a6 Cos[θ6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
           (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
              Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
        (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
              Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
              Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
           Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
     (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
              Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
              Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
           Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
        Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
              Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
              Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
           Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
        Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
           (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
              Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
  d6 (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2]
              Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3]
           (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2]
              Sin[θ2]) - Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
        Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
              Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
```

```
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
          Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Cos[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
                Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
                 α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Sin[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
a6 (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2]
                Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3]
             (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2]
                Sin[θ2]) - Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
          Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
       Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] +
                Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[
                 α1] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) -
             Cos[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1]
                Sin[α2] Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (Cos[α2] Sin[α1]
                Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) +
             Sin[α3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
             (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
                Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
       Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
```

```
(-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2]
    Sin[θ1] - Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
(Cos[α3] Cos[θ3] (-Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ2] Sin[θ1] + Sin[α1] Sin[α2] Sin[θ1] -
    Cos[α2] Cos[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (Cos[α2] Sin[α1] Sin[θ1] + Cos[α1]
    Cos[θ2] Sin[α2] Sin[θ1] + Cos[θ1] Sin[α2] Sin[θ2]) - Cos[α3] (Cos[θ1]
    Cos[θ2] - Cos[α1] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) Sin[θ6]},
{Cos[θ6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
    Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
(Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
    Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
    Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
(Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
    Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
    Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
    Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
    Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
(Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
    Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
    θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
    Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
    Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
    Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
    Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
    θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
    Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
    Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
    Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
```

```
Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
          Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
       Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5])
 Sin[θ6], Cos[α6] Cos[θ6] (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4]
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
          Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
       Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
          Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
          Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
       Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
    Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
        Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
        θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
       Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
          Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
          Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
       Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
  Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
          Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
          Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
       Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
 Sin[α6] (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2]
          Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
       Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2]
          Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
       Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
          Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
          Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
       Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
```

```
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
Cos[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
        Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
        θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
    Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
    Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
Sin[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
    Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) -
Cos[α6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
    Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
    (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
    Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
    Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2]
        Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) Sin[θ6],
-Cos[θ6] Sin[α6] (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2]
        Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
    Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2]
        Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
    Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
```

```
Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
(Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
Cos[α6] (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2]
Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2]
Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
Cos[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
(Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
```

```
Sin[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
            Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
            Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
            Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
Sin[α6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
            Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
            Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
            Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
   (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
            Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
            Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
         Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
            Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
            Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
         Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
      Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
         (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
            Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5])
Sin[θ6], -d2 Cos[θ1] Sin[α1] + a1 Sin[θ1] + a2 Cos[θ2]
Sin[
 θ1] + a2
Cos[
 α1]
Cos[
 θ1]
Sin[
 θ2] + a3
Cos[
 θ3]
 (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1]
    Cos[θ1]
    Sin[θ2]) +
d3 (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1]
    Cos[θ1]
    Cos[θ2]
    Sin[α2] + Sin[α2]
    Sin[θ1]
    Sin[θ2]) +
a3 (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
```

```
    Sin[α1]
    Sin[α2] - Cos[α2]
    Sin[θ1]
    Sin[θ2]) Sin[θ3] +
d4 (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
      Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
   Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] +
      Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
   Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2])
    Sin[θ3]) +
a4 Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
   (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
      Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
a4 (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
      Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
   Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] +
      Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
   Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2])
    Sin[θ3]) Sin[θ4] +
a5 Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
         Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
         Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] -
         Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
d5 (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
         Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] +
         Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
         Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] +
         Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
         Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
a5 (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
         Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] +
         Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
         Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
```

```
Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] +
    Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
  Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
  (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
    Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5] +
d6 (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1]
        Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3]
      (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1]
        Sin[θ2]) - Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
      Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
    Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  Cos[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
      Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
      θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
    Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
  Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
      Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
      Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
    Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
  Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
    (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
      Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  Sin[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
a6 Cos[θ6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
      (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
    (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
      Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
```

```
Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
     Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
  Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
     (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] -
        Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
a6 (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1]
        Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3]
      (-Cos[α2] Cos[θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1]
        Sin[θ2]) - Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
     Sin[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
     Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) -
     Cos[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
  Sin[α5] (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] -
        Cos[θ1] Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[
        θ1] Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
     Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
     Cos[α4] (-Cos[θ3] Sin[α3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1]
        Sin[α1] Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Cos[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) +
     Sin[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
     Sin[α4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) -
  Cos[α5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) +
     (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α1] Cos[α2] Cos[θ1] Cos[θ2] - Cos[θ1] Sin[α1]
        Sin[α2] - Cos[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) + Sin[α3] (-Cos[α2] Cos[θ1]
        Sin[α1] - Cos[α1] Cos[θ1] Cos[θ2] Sin[α2] + Sin[α2] Sin[θ1] Sin[θ2]) -
     Cos[α3] (Cos[θ2] Sin[θ1] + Cos[α1] Cos[θ1] Sin[θ2]) Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5])
  Sin[θ6]}, {Cos[θ6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] +
        (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
     (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
     (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
     Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
        Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
```

```
        Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
(Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] +
            Cos[α1] Sin[α2]) + (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2])
         Sin[α3] - Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
         Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
         Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) + Sin[α5]
    (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
         (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
         Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
         Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
         Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) - Cos[α5] (Cos[θ4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
         (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
         Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5])
 Sin[θ6], Cos[α6] Cos[θ6] (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4]
       (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
         (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
         Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
         Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
         Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) + Sin[α5]
    (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
         (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
         Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
         Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
         Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) - Cos[α5] (Cos[θ4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
         (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
         Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
Sin[α6] (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3]
          (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) + (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2]
```

```
                Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] - Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
             Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
             Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
           (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
           Sin[θ4]) + Cos[α5]
        (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
             (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
             Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
             Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
             Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
           (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
           Sin[θ4]) + Sin[α5] (Cos[θ4]
           (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
          (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
             (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
             Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) -
     Cos[α6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] +
             (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
          (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
             (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
             Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
        (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
             (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
             Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
             Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
             Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
           (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
           Sin[θ4]) Sin[θ5]) Sin[θ6],
  -Cos[θ6] Sin[α6] (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4]
           (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
             (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
             Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
          Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
             Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
             Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
           (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
           Sin[θ4]) + Sin[α5]
        (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
             (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
             Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
          Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
             Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
             Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
```

```
        (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
        Sin[θ4]) - Cos[α5] (Cos[θ4]
        (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
       (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
          (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
          Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
Cos[α6] (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3]
           (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) + (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2]
              Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] - Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
          Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
          Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
        (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
        Sin[θ4]) + Cos[α5]
     (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
          (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
          Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
          Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
          Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
        (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
        Sin[θ4]) + Sin[α5] (Cos[θ4]
        (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
       (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
          (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
          Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
Sin[α6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] +
          (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
       (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
          (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
          Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
    (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
          (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
          Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
       Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
          Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
          Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
        (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
        Sin[θ4]) Sin[θ5])
 Sin[θ6], d1 + d2 Cos[α1] + d3 (Cos[α1] Cos[α2] -
   Cos[θ2]
    Sin[α1]
    Sin[α2]) +
a2 Sin[α1] Sin[θ2] + a3 Cos[
  θ3]
 Sin[
```

```
 α1]
 Sin[
  θ2] +
a3 (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1]
    Sin[α2])
 Sin[θ3] + a4 Cos[θ4] (Cos[θ3] Sin[α1]
    Sin[θ2] +
   (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2])
    Sin[θ3]) +
d4 (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
   Cos[θ3]
    (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2])
    Sin[α3] + Sin[α1]
    Sin[α3]
    Sin[θ2]
    Sin[θ3]) +
a4 (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
   (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2])
    Sin[α3] - Cos[α3]
    Sin[α1]
    Sin[θ2]
    Sin[θ3]) Sin[θ4] +
d5 (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
       (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
       Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
   Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
       Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
       Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
    (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
    Sin[θ4]) +
a5 Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] +
       (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
   (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
       (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
       Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
a5 (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
       (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
       Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
   Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
       Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
       Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
    (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
    Sin[θ4]) Sin[θ5] +
a6 Cos[θ6] (Cos[θ5] (Cos[θ4] (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] +
          (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
       (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
```

```
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) +
    (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
        Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
        Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
d6 (-Cos[θ5] Sin[α5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3]
        (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) + (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2]
          Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] - Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
        Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
        Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) + Cos[α5]
     (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
        Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
        Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) + Sin[α5] (Cos[θ4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
      (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) +
a6 (Cos[α5] Cos[θ5] (Cos[α4] Cos[θ4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] +
          Cos[α1] Sin[α2]) + (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2])
         Sin[α3] - Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Sin[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
        Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
        Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) - Cos[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) + Sin[α5]
     (-Cos[θ4] Sin[α4] (Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
        (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
        Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) +
      Cos[α4] (Cos[α3] (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) -
        Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[α3] +
        Sin[α1] Sin[α3] Sin[θ2] Sin[θ3]) + Sin[α4]
       (Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3])
       Sin[θ4]) - Cos[α5] (Cos[θ4]
```

```
(Cos[θ3] Sin[α1] Sin[θ2] + (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) Sin[θ3]) +
(Cos[α3] Cos[θ3] (Cos[α2] Cos[θ2] Sin[α1] + Cos[α1] Sin[α2]) +
   (Cos[α1] Cos[α2] - Cos[θ2] Sin[α1] Sin[α2]) Sin[α3] -
   Cos[α3] Sin[α1] Sin[θ2] Sin[θ3]) Sin[θ4]) Sin[θ5]) Sin[θ6]}, {0, 0, 0, 1}}
```

In[22]:= $z0 = \begin{pmatrix} T01[[1,3]] \\ T01[[2,3]] \\ T01[[3,3]] \end{pmatrix}$

Out[22]= {{Sin[α1] Sin[θ1]}, {-Cos[θ1] Sin[α1]}, {Cos[α1]}}

In[23]:= $z1 = \begin{pmatrix} T12[[1,3]] \\ T12[[2,3]] \\ T12[[3,3]] \end{pmatrix}$

Out[23]= {{Sin[α2] Sin[θ2]}, {-Cos[θ2] Sin[α2]}, {Cos[α2]}}

In[24]:= $z2 = \begin{pmatrix} T23[[1,3]] \\ T23[[2,3]] \\ T23[[3,3]] \end{pmatrix}$

Out[24]= {{Sin[α3] Sin[θ3]}, {-Cos[θ3] Sin[α3]}, {Cos[α3]}}

In[25]:= $z3 = \begin{pmatrix} T34[[1,3]] \\ T34[[2,3]] \\ T34[[3,3]] \end{pmatrix}$

Out[25]= {{Sin[α4] Sin[θ4]}, {-Cos[θ4] Sin[α4]}, {Cos[α4]}}

In[26]:= $z4 = \begin{pmatrix} T45[[1,3]] \\ T45[[2,3]] \\ T45[[3,3]] \end{pmatrix}$

Out[26]= {{Sin[α5] Sin[θ5]}, {-Cos[θ5] Sin[α5]}, {Cos[α5]}}

In[27]:= $z5 = \begin{pmatrix} T56[[1,3]] \\ T56[[2,3]] \\ T56[[3,3]] \end{pmatrix}$

Out[27]= {{Sin[α6] Sin[θ6]}, {-Cos[θ6] Sin[α6]}, {Cos[α6]}}

In[28]:= $o0 = \begin{pmatrix} T01[[1,4]] \\ T01[[2,4]] \\ T01[[3,4]] \end{pmatrix}$

Out[28]= {{a1 Cos[θ1]}, {a1 Sin[θ1]}, {d1}}

In[29]:= $o1 = \begin{pmatrix} T12[[1,4]] \\ T12[[2,4]] \\ T12[[3,4]] \end{pmatrix}$

Out[29]= {{a2 Cos[θ2]}, {a2 Sin[θ2]}, {d2}}

```
In[30]:= o2 = {{T23[[1, 4]]}, {T23[[2, 4]]}, {T23[[3, 4]]}}

Out[30]= {{a3 Cos[θ3]}, {a3 Sin[θ3]}, {d3}}

In[31]:= o3 = {{T34[[1, 4]]}, {T34[[2, 4]]}, {T34[[3, 4]]}}

Out[31]= {{a4 Cos[θ4]}, {a4 Sin[θ4]}, {d4}}

In[32]:= o4 = {{T45[[1, 4]]}, {T45[[2, 4]]}, {T45[[3, 4]]}}

Out[32]= {{a5 Cos[θ5]}, {a5 Sin[θ5]}, {d5}}

In[33]:= o5 = {{T56[[1, 4]]}, {T56[[2, 4]]}, {T56[[3, 4]]}}

Out[33]= {{a6 Cos[θ6]}, {a6 Sin[θ6]}, {d6}}

In[34]:= J1 = {{z0 × (o5 - o0)}, {z0}}

Out[34]= {{{{(-a1 Cos[θ1] + a6 Cos[θ6]) Sin[α1] Sin[θ1]},
    {-Cos[θ1] Sin[α1] (-a1 Sin[θ1] + a6 Sin[θ6])}, {(-d1 + d6) Cos[α1]}}},
  {{{Sin[α1] Sin[θ1]}, {-Cos[θ1] Sin[α1]}, {Cos[α1]}}}}

In[35]:= MatrixForm[J1]

Out[35]//MatrixForm=
{{{(-a1 Cos[θ1] + a6 Cos[θ6]) Sin[α1] Sin[θ1]},
  {-Cos[θ1] Sin[α1] (-a1 Sin[θ1] + a6 Sin[θ6])},
  {(-d1 + d6) Cos[α1]}},
 {{{Sin[α1] Sin[θ1]}, {-Cos[θ1] Sin[α1]}, {Cos[α1]}}}}

In[36]:= J2 = {{z1 × (o5 - o1)}, {z1}}

Out[36]= {{{{(-a2 Cos[θ2] + a6 Cos[θ6]) Sin[α2] Sin[θ2]},
    {-Cos[θ2] Sin[α2] (-a2 Sin[θ2] + a6 Sin[θ6])}, {(-d2 + d6) Cos[α2]}}},
  {{{Sin[α2] Sin[θ2]}, {-Cos[θ2] Sin[α2]}, {Cos[α2]}}}}
```

```
In[37]:= MatrixForm[J2]
```

```
Out[37]//MatrixForm=
{{{(-a2 Cos[θ2] + a6 Cos[θ6]) Sin[α2] Sin[θ2]},
  {-Cos[θ2] Sin[α2] (-a2 Sin[θ2] + a6 Sin[θ6])},
  {(-d2 + d6) Cos[α2]}},
 {{Sin[α2] Sin[θ2]},
  {-Cos[θ2] Sin[α2]},
  {Cos[α2]}}}
```

```
In[38]:= J3 = (z2 × (o5 - o2))
              (  z2  )
```

```
Out[38]= {{{{(-a3 Cos[θ3] + a6 Cos[θ6]) Sin[α3] Sin[θ3]},
    {-Cos[θ3] Sin[α3] (-a3 Sin[θ3] + a6 Sin[θ6])}, {(-d3 + d6) Cos[α3]}}},
  {{{Sin[α3] Sin[θ3]}, {-Cos[θ3] Sin[α3]}, {Cos[α3]}}}}
```

```
In[39]:= MatrixForm[J3]
```

```
Out[39]//MatrixForm=
{{{(-a3 Cos[θ3] + a6 Cos[θ6]) Sin[α3] Sin[θ3]},
  {-Cos[θ3] Sin[α3] (-a3 Sin[θ3] + a6 Sin[θ6])},
  {(-d3 + d6) Cos[α3]}},
 {{Sin[α3] Sin[θ3]},
  {-Cos[θ3] Sin[α3]},
  {Cos[α3]}}}
```

```
In[40]:= J4 = (z3 × (o5 - o3))
              (  z3  )
```

```
Out[40]= {{{{(-a4 Cos[θ4] + a6 Cos[θ6]) Sin[α4] Sin[θ4]},
    {-Cos[θ4] Sin[α4] (-a4 Sin[θ4] + a6 Sin[θ6])}, {(-d4 + d6) Cos[α4]}}},
  {{{Sin[α4] Sin[θ4]}, {-Cos[θ4] Sin[α4]}, {Cos[α4]}}}}
```

```
In[41]:= MatrixForm[J4]
```

```
Out[41]//MatrixForm=
{{{(-a4 Cos[θ4] + a6 Cos[θ6]) Sin[α4] Sin[θ4]},
  {-Cos[θ4] Sin[α4] (-a4 Sin[θ4] + a6 Sin[θ6])},
  {(-d4 + d6) Cos[α4]}},
 {{Sin[α4] Sin[θ4]},
  {-Cos[θ4] Sin[α4]},
  {Cos[α4]}}}
```

```
In[42]:= J5 = (z4 × (o5 - o4))
              (  z4  )
```

```
Out[42]= {{{{(-a5 Cos[θ5] + a6 Cos[θ6]) Sin[α5] Sin[θ5]},
    {-Cos[θ5] Sin[α5] (-a5 Sin[θ5] + a6 Sin[θ6])}, {(-d5 + d6) Cos[α5]}}},
  {{{Sin[α5] Sin[θ5]}, {-Cos[θ5] Sin[α5]}, {Cos[α5]}}}}
```

In[43]:= **MatrixForm[J5]**

Out[43]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} (-a5\,\mathrm{Cos}[\theta 5] + a6\,\mathrm{Cos}[\theta 6])\,\mathrm{Sin}[\alpha 5]\,\mathrm{Sin}[\theta 5] \\ -\mathrm{Cos}[\theta 5]\,\mathrm{Sin}[\alpha 5]\ (-a5\,\mathrm{Sin}[\theta 5] + a6\,\mathrm{Sin}[\theta 6]) \\ (-d5 + d6)\,\mathrm{Cos}[\alpha 5] \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathrm{Sin}[\alpha 5]\,\mathrm{Sin}[\theta 5] \\ -\mathrm{Cos}[\theta 5]\,\mathrm{Sin}[\alpha 5] \\ \mathrm{Cos}[\alpha 5] \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

In[44]:= **J6 = $\begin{pmatrix} z5 \times (o5 - o4) \\ z5 \end{pmatrix}$**

Out[44]=

$$\{\{\{\{(-a5\,\mathrm{Cos}[\theta 5] + a6\,\mathrm{Cos}[\theta 6])\,\mathrm{Sin}[\alpha 6]\,\mathrm{Sin}[\theta 6]\}, \{-\mathrm{Cos}[\theta 6]\,\mathrm{Sin}[\alpha 6]\ (-a5\,\mathrm{Sin}[\theta 5] + a6\,\mathrm{Sin}[\theta 6])\}, \{(-d5 + d6)\,\mathrm{Cos}[\alpha 6]\}\}\}, \{\{\{\mathrm{Sin}[\alpha 6]\,\mathrm{Sin}[\theta 6]\}, \{-\mathrm{Cos}[\theta 6]\,\mathrm{Sin}[\alpha 6]\}, \{\mathrm{Cos}[\alpha 6]\}\}\}\}$$

In[45]:= **MatrixForm[J5]**

Out[45]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} (-a5\,\mathrm{Cos}[\theta 5] + a6\,\mathrm{Cos}[\theta 6])\,\mathrm{Sin}[\alpha 5]\,\mathrm{Sin}[\theta 5] \\ -\mathrm{Cos}[\theta 5]\,\mathrm{Sin}[\alpha 5]\ (-a5\,\mathrm{Sin}[\theta 5] + a6\,\mathrm{Sin}[\theta 6]) \\ (-d5 + d6)\,\mathrm{Cos}[\alpha 5] \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathrm{Sin}[\alpha 5]\,\mathrm{Sin}[\theta 5] \\ -\mathrm{Cos}[\theta 5]\,\mathrm{Sin}[\alpha 5] \\ \mathrm{Cos}[\alpha 5] \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

```
In[46]:= J = (J1  J2  J3  J4  J5  J6)

Out[46]= {{{{{{(-a1 Cos[θ1] + a6 Cos[θ6]) Sin[α1] Sin[θ1]},
          {-Cos[θ1] Sin[α1] (-a1 Sin[θ1] + a6 Sin[θ6])}, {(-d1 + d6) Cos[α1]}}},
        {{{Sin[α1] Sin[θ1]}, {-Cos[θ1] Sin[α1]}, {Cos[α1]}}}},
       {{{{(-a2 Cos[θ2] + a6 Cos[θ6]) Sin[α2] Sin[θ2]},
          {-Cos[θ2] Sin[α2] (-a2 Sin[θ2] + a6 Sin[θ6])}, {(-d2 + d6) Cos[α2]}}},
        {{{Sin[α2] Sin[θ2]}, {-Cos[θ2] Sin[α2]}, {Cos[α2]}}}},
       {{{{(-a3 Cos[θ3] + a6 Cos[θ6]) Sin[α3] Sin[θ3]},
          {-Cos[θ3] Sin[α3] (-a3 Sin[θ3] + a6 Sin[θ6])}, {(-d3 + d6) Cos[α3]}}},
        {{{Sin[α3] Sin[θ3]}, {-Cos[θ3] Sin[α3]}, {Cos[α3]}}}},
       {{{{(-a4 Cos[θ4] + a6 Cos[θ6]) Sin[α4] Sin[θ4]},
          {-Cos[θ4] Sin[α4] (-a4 Sin[θ4] + a6 Sin[θ6])}, {(-d4 + d6) Cos[α4]}}},
        {{{Sin[α4] Sin[θ4]}, {-Cos[θ4] Sin[α4]}, {Cos[α4]}}}},
       {{{{(-a5 Cos[θ5] + a6 Cos[θ6]) Sin[α5] Sin[θ5]},
          {-Cos[θ5] Sin[α5] (-a5 Sin[θ5] + a6 Sin[θ6])}, {(-d5 + d6) Cos[α5]}}},
        {{{Sin[α5] Sin[θ5]}, {-Cos[θ5] Sin[α5]}, {Cos[α5]}}}},
       {{{{(-a5 Cos[θ5] + a6 Cos[θ6]) Sin[α6] Sin[θ6]},
          {-Cos[θ6] Sin[α6] (-a5 Sin[θ5] + a6 Sin[θ6])}, {(-d5 + d6) Cos[α6]}}},
        {{{Sin[α6] Sin[θ6]}, {-Cos[θ6] Sin[α6]}, {Cos[α6]}}}}}}
```